

繰り返し荷重を受ける合成I桁および鋼I桁の曲げ疲労に関する基礎的研究

その他（別言語等） のタイトル	Basic Investigations on the Flexural Fatigue of Composite I-Beams and Steel I-Beams under Repeated Loadings
著者	中村 作太郎, 志村 政雄
雑誌名	室蘭工業大学研究報告．理工編
巻	8
号	2
ページ	279-306
発行年	1974-10-15
URL	http://hdl.handle.net/10258/3589

繰り返し荷重を受ける合成I桁および鋼I桁 の曲げ疲労に関する基礎的研究

中村作太郎・志村政雄

Basic Investigations on the Flexural Fatigue of Composite I-Beams and Steel I-Beams under Repeated Loadings

Sakutaro Nakamura and Masao Shimura

Abstract

Recently many studies on the flexural fatigue in composite I-beams and steel I-beams have been done in Japan and in other countries.

Nevertheless, a lot of difficult problems on this subject have remained unknown and undeveloped.

The present writers supposed that every one of the road vehicle load, the railway vehicle load, the wind load, the seismic load and etc. would act dynamically as the separate repeated load with different cycle number, and using Electrohydraulic Fatigue Testing Machine for Structures, they made a trial of experimental investigations on the flexural fatigue phenomena of composite I-beams and steel I-beams under single and double repeated loadings.

Then they discovered some interesting basic phenomena relating to the flexural fatigue fracture in the careful comparison with the results of static loading tests.

I. 緒 言

合成I桁および鋼I桁の曲げ疲労に関する研究は、世界各国において種々行なわれるようになり、我国においても漸く実施されるようになって来た。しかし、それらの研究^{1)~18)}には、特定の目的による断片的なものが多く、片振れ、両振れによる現象を基本的に論究した一般的な研究は少なく、まだまだ、未知・未開発の研究問題が沢山残っている。

著者等は自動車荷重・鉄道車輛荷重のほか、風荷重・地震荷重などの単位サイクル数の異なる動的荷重が載荷された場合をも想定し、片振れおよび両振れの繰り返し荷重を受ける合成I桁と鋼I桁の模型について、曲げ疲労試験を試み、各種の興味ある基本的特性を見出すことが出来た。

すなわち、図-1に示すような3本の合成I桁模型では、鉄筋コンクリート床版の亀裂・破壊だけに止まらず、鋼I桁の亀裂・崩壊に至るまでの過程と現象を全面的に追求し、また、図-2に示すような5本の鋼I桁模型では、静荷重試験結果と動荷重試験結果の比較吟味より、弾性

限度以内より破壊に至るまでの過程とそれに及ぼす繰返し荷重による疲労の影響などについて追求した結果、未知・未開発の研究問題を解明するのに必要な貴重な基礎的現象を見出した。

II. 模 型

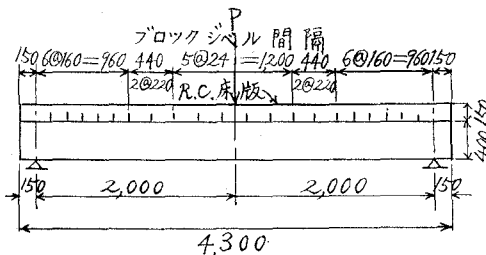
1. 合成 I 桁模型

合成 I 桁の模型製作に当たっては、出来るだけ鉄筋コンクリート床版の強度を高め、床版の破壊のみならず、鋼 I 桁の亀裂・崩壊に至るまでの現象と過程の全貌を試験出来るように工夫した。すなわち、鉄筋コンクリート床版の厚さは実物に近く 15 cm とし、その強度の指定は材齢 28 日で 400 kg/cm^2 以上とした。また、合成 I 桁の機能を完全に発揮出来るように、支保工を工夫して死・活荷重合成 I 桁として製作した。

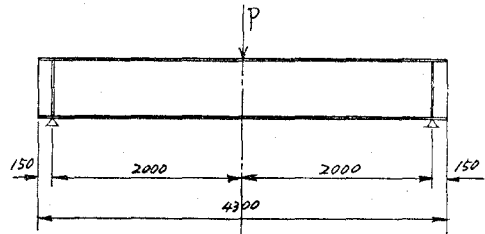
合成 I 桁を構成する鋼 I 桁には SS 41 を使用したが、材料試験の結果、引張強度の平均値 $4,786 \text{ kg/cm}^2$ を示し、また、コンクリートの 28 日強度の平均値 430 kg/cm^2 となり、予期以上の高強度コンクリートの R.C 床版を有する合成 I 桁模型が得られた。

また、模型については、同一断面・寸法 (図-1 参照) のもの 3 本 (No. 1, No. 2, No. 3) を全く同一仕様の基で製作し、その 1 本 1 本に対しそれぞれ異なった目的の試験に使用するよう配慮した。

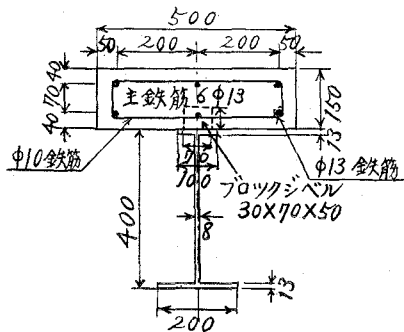
なお、ストレインゲージの貼付位置および断面応力照査位置を示せば、図-3 の通りである。



(a) 側面図 (単位: mm)

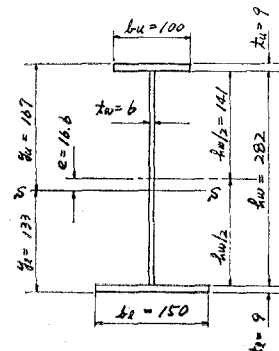


(a) 側面図 (単位: mm)



(b) 断面図 (単位: mm)

図-1 合成 I 桁の模型寸法



(b) 横断面図 (単位: mm)

図-2 鋼 I 桁の模型寸法

2. 鋼I桁模型

鋼I桁の模型は、I形の同一断面・寸法(図-2参照)のもの5本(No.1, No.2, No.3, No.4, No.5)とし、その1本1本に対しそれぞれ異なった目的の試験に使用するように配慮した。

また、鋼材の種類は、橋梁に最も普通用いられるSS41とし、模型におけるストレングスの貼付位置は、図-4の通りとする。

III. 試験装置・測定機器および記録装置

実験に用いた試験装置・測定機器および記録装置を列記すれば次の通りである。

島津製作所製サーボパルサー EHF 30 型の構造物疲労試験機(両振れ型、動荷重最大能力 30 t, 静荷重最大能力 40 t), SM-6 K 型抵抗線静的歪測定器, DPM-E 型抵抗線動的歪測定器, ダイアルゲージ(精度: 1/100 mm), ビジグラフ FR-301 型, ラピコーダー RMV-33 型電磁オツシログラフ。

IV. 実験方法

1. 合成I桁模型の実験^{19)~21)}

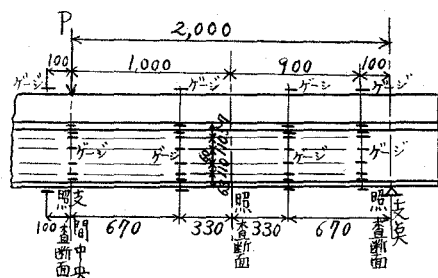
上述の島津製作所製の構造物疲労試験機を使用し、合成I桁の模型 No.1, No.2, No.3 とともに1本ずつ、支間 4.0 m に設定した曲げ試験支持台の上に載せ、図-3 に示す位置にストレングスを貼付完了後、すでに列記した測定機器・記録装置を酷使し、中央1点集中線荷重載荷により、次に示すような各種の実験を行なった。

A. 模型 No.1 の実験

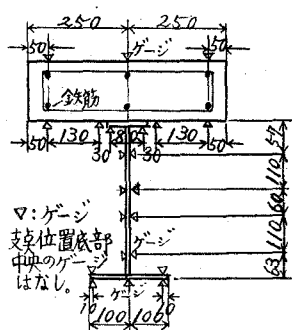
模型 No.1 については、最初両端固定ヒンジ挟持(上下より取付棒で締め付ける固定方法の支持)の状態、静荷重の最大能力 40 t まで静荷重試験を行ない、次に同一の支持状態のまま、表-1 の通り片振れおよび両振れ繰り返し荷重試験を行なった。

表-1 合成I桁模型 No.1 の片振れおよび両振れ繰り返し荷重試験

荷重種別	載荷順	Repeated Load (t)		Hz (N/sec)	Number of Cycle (N)	Total N. of Cycle (Σ N)
		Max.	Min.			
片 振 れ	①	10	4	5	10×10^4	10×10^4
	②	15	5	4	17×10^4	27×10^4
	③	20	6	3	30×10^4	57×10^4
	④	25	6	2	30×10^4	87×10^4
	⑤	30	6.5	1.5	30×10^4	117×10^4
両 振 れ	⑥	20	-20	0.5	3×10^4	120×10^4
	⑦	30	-30	0.5	0.12×10^4	120.12×10^4

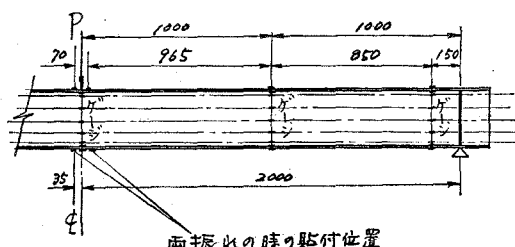


(a) 側面図 (単位: mm)

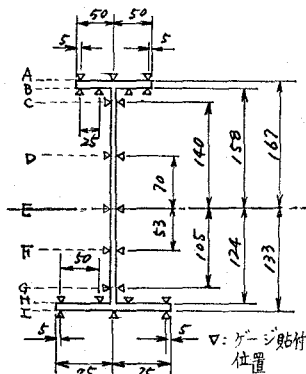


(b) 断面図 (単位: mm)

図—3 合成I桁模型のストレングージ貼付位置



(a) 側面図 (単位: mm)



(b) 横断面図 (単位: mm)

図—4 鋼I桁模型のストレングージ貼付位置

B. 模型 No. 2 の実験

模型 No. 2 については、両端固定ヒンジ挾持の状態、始めから終りまで両振れ繰り返し荷重試験のみ行なった。

すなわち、載荷せる荷重 $P = \pm 20 \text{ t}$ の一定とし、繰り返し単位サイクル数にも、 1 Hz (1 Cy./Sec.) の一定値を用い、繰り返し回数 10 万回程度 (模型の崩壊回数) まで試験を続行した。

C. 模型 No. 3 の実験

模型 No. 3 については、最初両端単純支持および両端固定ヒンジ挾持の状態、弾性限度以内における静荷重試験を行なって、支持条件の違いによる差異を追求し、更に両端固定ヒンジ挾持の状態、表-2 に示す通りの荷重・単位サイクル数および総サイクル数を用いて両振れ繰り返し荷重試験を行なった。

表—2 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重試験

荷重種別	載荷順	Repeated Load (t)		Hz (N/sec)	Number of Cycle (N)	Total N. of Cycle (ΣN)
		Max.	Min.			
両振れ	①	10	-10	3	22×10^4	22×10^4
	②	10	-10	1	10.7×10^4	32.7×10^4
	③	10	-10	0.5	5×10^4	37.7×10^4
	④	15	-15	1	7.5×10^4	45.2×10^4

2. 鋼I桁模型の実験^{22),23)}

すでに述べた島津製作所製の構造物疲労試験機を使用し、鋼I桁模型 No. 1, No. 2, No. 3, No. 4, No. 5 とともに1本ずつ、支間 4.0 m に設定した曲げ試験支持台の上に載せ、図-4 に示す位置にストレインゲージを貼付完了後、すでに列記した測定機器・記録装置を酷使し、中央1点集中線荷重載荷により、次に示すような各種の実験を行なった。

A. 模型 No. 1 の実験

他の4本の模型による繰り返し荷重試験の結果と比較吟味する目的で、両端単純支持、中央1点集中線荷重載荷による静荷重試験を行なった。すなわち、荷重は模型桁が破壊するまで2tずつ増加し、その都度歪測定器・ダイヤルゲージの測定可能な限り、ひずみ・たわみを測定し、更にそれ以後の荷重増加に対しても変形過程・破壊現象について観測・追求を持続した(破壊荷重: 14t)

B. 模型 No. 2 の実験

両端固定ヒンジ挟持(上下より取付枠で締め付ける固定方法の支持)の状態、中央1点集中線荷重載荷により、表-3の通り上限荷重およびサイクル数を種々変えて片振り繰り返し荷重試験を行なった(10t-0.8Hz, 84,000回にて亀裂進行のため中止)。なお、荷重・周期を変える度に6tまでの静荷重載荷試験を行ない、疲労の影響について吟味を加えた。

表-3 鋼I桁模型 No. 2 の片振り繰り返し荷重試験

荷重種別	載荷順	Repeated Load (t)		Hz (N/sec)	Number of Cycle (N)	Total N. of Cycle (ΣN)
		Max.	Min.			
片 振 れ	①	1	0.5	4	7×10^4	7×10^4
	②	4	0.5	2	25×10^4	32×10^4
	③	6	0.5	1.5	25×10^4	57×10^4
	④	8	0.5	1	25×10^4	82×10^4
	⑤	10	0.5	0.8	8.4×10^4	90.4×10^4

C. 模型 No. 3 の実験

両端固定ヒンジ挟持の状態、中央1点集中線荷重載荷により、1Hz- ± 6 t(一定)にて両振り繰り返し荷重試験を行なった(破壊回数: 163,000回)。

D. 模型 No. 4 の実験

両端固定ヒンジ挟持の状態、中央1点集中線荷重載荷により、1Hz- ± 4 t(一定)にて両振り繰り返し荷重試験を行なったが、200万回の繰り返しによっても破壊しなかったため、模型 No. 1 と比較し疲労の影響を吟味するため、両端単純支持・中央1点集中線荷重載荷による静荷重試験をも行なった(静的破壊荷重: 13t)。

E. 模型 No. 5 の実験

両端固定ヒンジ挟持の状態で、中央1点集中線荷重載荷により、1 Hz-8 t にて片振れ繰り返し荷重試験を行なったが、110 万回の繰り返しによっても破壊しなかったので、模型 No. 1 と比較し疲労の影響を吟味するため、両端単純支持・中央1点集中線荷重載荷による静荷重試験をも行なった（静的破壊荷重：14 t）。

また、模型 No. 3, No. 4, No. 5 についても、模型 No. 2 で行なったと同様に、繰り返し荷重試験の途中における動的ひずみを測定したほか、繰り返し荷重試験の途中において、時々、載荷 6 t までの静荷重試験を試み、疲労の影響についても吟味追求した。

V. 桁の曲げと疲労に関する基本的概念

1. 桁の弾性曲げ解式

桁の弾性曲げ解析法における Bernoulli-Navier の仮設、Hooke の法則に関する仮定のほか、従来用いられている諸仮定をそのまま用い、次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon}{y} = \frac{1}{\rho} = \phi, \quad M = \int_A \sigma y dA = EI\phi, \quad \sigma = E\varepsilon = Ey\phi \\ M_y = EI\phi_y = \sigma_y S, \quad 0 < \phi < \phi_y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 ρ ：曲率半径、 ε ：ひずみ、 y ：中立軸からの垂直距離、 E ：弾性係数、 A ：断面積、 I ：断面2次モーメント、 M ：弾性限度以内における曲げモーメント、 M_y ：降伏モーメント、 σ ：弾性限度以内における曲げ応力度、 σ_y ：降伏曲げ応力度、 S ：断面係数、 ϕ ：弾性限度以内における曲率、 ϕ_y ：降伏モーメント時の曲率。

2. 桁の塑性曲げ解式^{23)~25)}

荷重が段々増加し、弾性領域を超過すると最大縁維応力が降伏応力 (σ_y) に到達するようになり、その後は他の外縁においても降伏応力となる。その後は、荷重の増大につれて降伏部分が次第に部材内部へ広がって行き、最後に全断面降伏状態となる。

すなわち、断面はこれ以上の曲げモーメントの増加には抵抗出来なくなり、変形のみが進行する。この状態を塑性ヒンジの状態といい、その時の曲げモーメントを全塑性モーメント (M_p) という。

この場合、 M_p は断面形状により一定値を示し、全塑性モーメント M_p は次の形で表わされる。

$$M_p = \sigma_y Z, \quad f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S_1}, \quad fS_1 = Z \quad (2)$$

ここに、 Z ：塑性断面係数、 S_1 ：普通の弾性断面係数 $= I/y$ 、 f ：形状係数（断面形状により一定値）、 M_y ：降伏モーメント、 σ_y ：降伏曲げ応力度。

3. 疲労の基本的概念^{27)~29)}

構造物は時間的に大きさの変化する応力を受けることが多い。このような繰り返し応力を受ける場合、静荷重試験による静的極限強さよりも低い応力でも、繰り返し回数を増加すると遂に破壊するに至る。

このように、大きさの変化する繰り返し応力を受けて抵抗力の低下する現象を疲労といっているが、大きさの変化する応力として最も基本的なものは、大きさが時間とともに正弦波的に変化する場合である。

この種の応力変化を表わすには、最大応力度(σ_{\max})、最小応力度(σ_{\min})を用いるか、あるいは平均応力度(σ_m)、応力振幅(σ_a)を用いればよいことになっている。すなわち、次のような表示方法がある。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_m + \sigma_a, \\ \sigma_{\min} &= \sigma_m - \sigma_a \\ \sigma_m &= \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})}{2}, \\ \sigma_a &= \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})}{2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

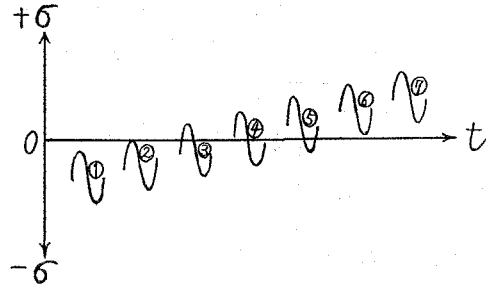


図-5 繰り返し応力の種類

繰り返し応力の範囲には、図-5に示す通りの7種類のものがあり、挾義では、②、⑥を片振り応力($\sigma_{\min}=0$)、④を両振り応力($\sigma_m=0$)というが、広義では、①、②、⑥、⑦を片振り応力、③~⑤を両振り応力ということが出来る。

②、⑥に示す片振り応力は基本強さとも称され、④の両振り応力とともに疲れ強さの基本となるものである。

VI. 研究 成 果

1. 合成I桁模型の実験^{19)~21)}

A. 断面応力度分布

模型 No.1 (両端固定ヒンジ挾持) および模型 No.3 (両端単純支持) の静荷重載荷時の支間中央点、支間1/4点、支点部における断面応力度分布比較を示せば、図-6, 7, 8の通りとなり、模型 No.2 (両端固定ヒンジ挾持)

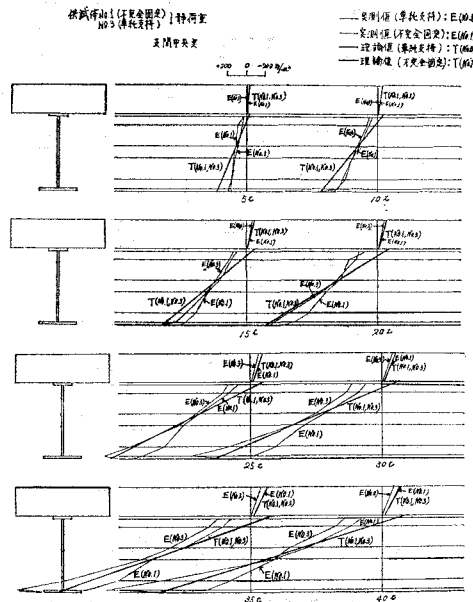
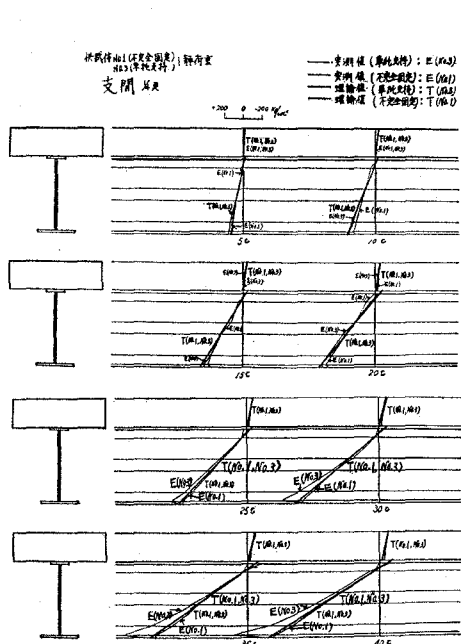
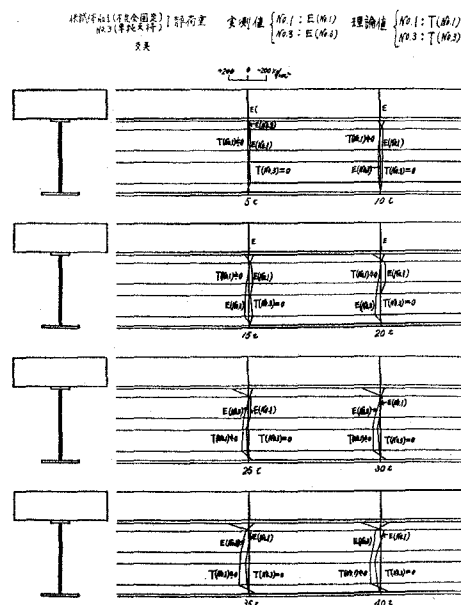


図-6 合成I桁模型 No.1, No.3の静荷重載荷時の支間中央点における断面応力度分布

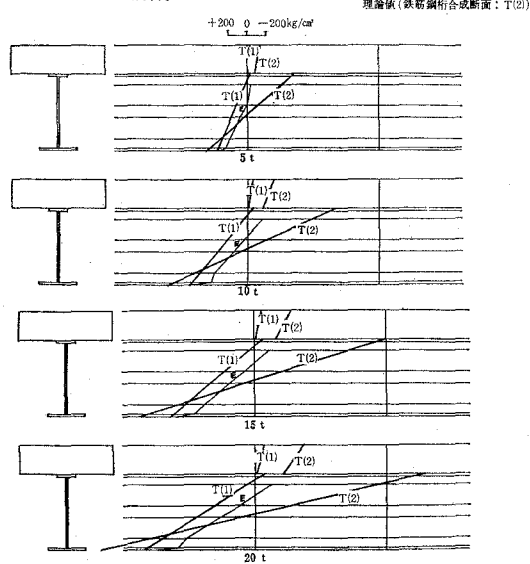


図—7 合成I桁模型 No.1, No.3の静荷重
重載荷時の支間 1/4 点における断面
応力分布



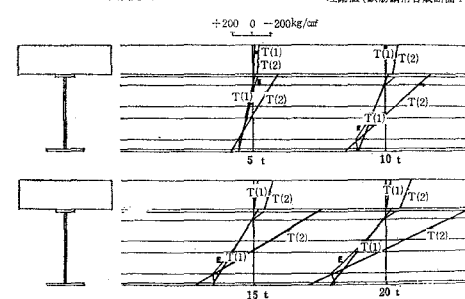
図—8 合成I桁模型 No.1, No.3の静荷
重載荷時の支点における断面
応力分布

供試体No.2 20 t・1 Hz 1万回後 (不完全固定)
支間中央



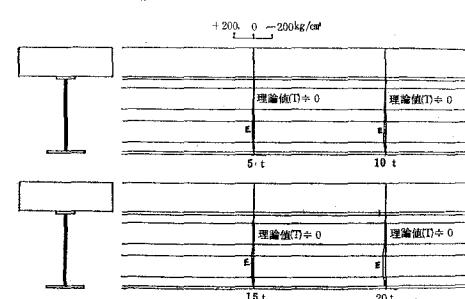
(a) 支間中央の σ_x

供試体No.2 20 t・1 Hz 1万回後 (不完全固定)
支間1/4点



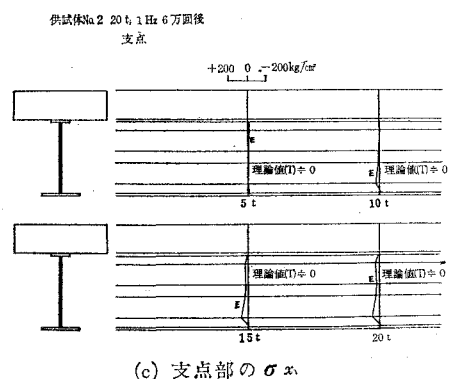
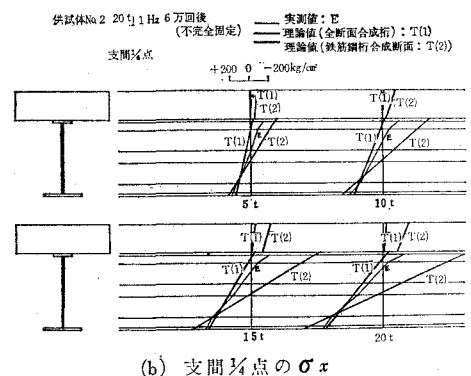
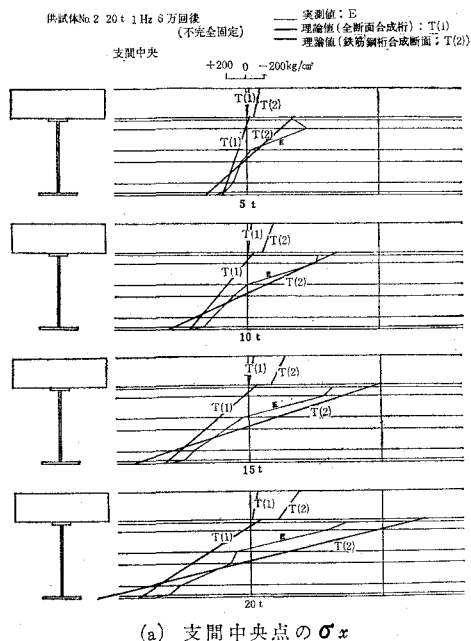
(b) 支間1/4点の σ_x

供試体No.2 20 t・1 Hz 1万回後 (不完全固定)
支点

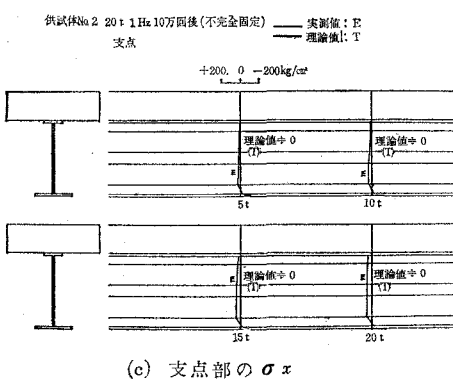
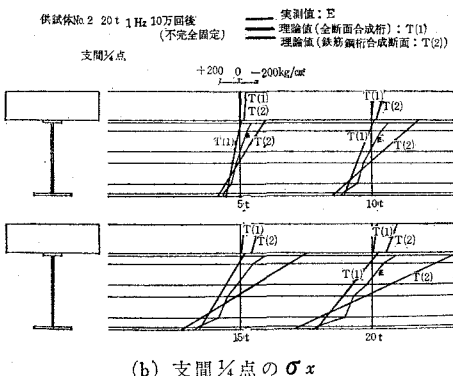
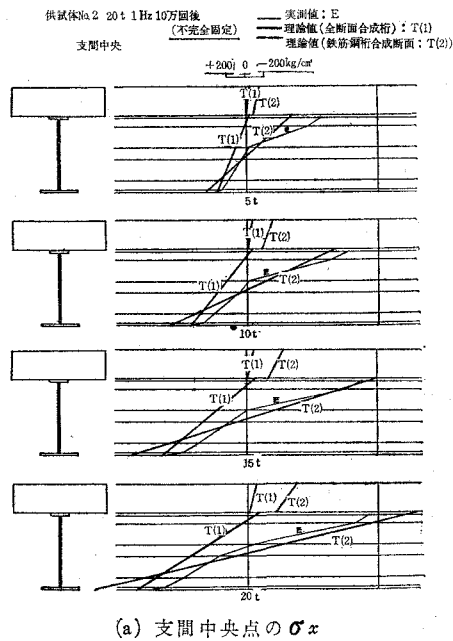


(c) 支点部の σ_x

図—9 合成I桁模型 No.2 (両端固定ヒンジ挟持) の
両振れ ± 20 t・1 Hz の繰返し荷重載荷 1 万
回後の静荷重載荷時における断面
応力分布



図一10 合成I桁模型 No.2 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ $\pm 20 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の繰返し荷重載荷 6 万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布



図一11 合成I桁模型 No.2 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ $\pm 20 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の繰返し荷重載荷 10 万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布

の両振れ $\pm 20 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の繰り返し荷重載荷 1 万回後、6 万回後、10 万回後の静荷重載荷時における支間中央点、支間 1/4 点、支点部の断面応力度分布比較を示せば、図-9, 10, 11 の通りとなる。

また、模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ途中 ($10 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz} \rightarrow 10 \text{ t} \cdot 0.5 \text{ Hz}$ および $10 \text{ t} \cdot 0.5 \text{ Hz} \rightarrow 15 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$) の静荷重載荷時における支間中央点の断面応力度分布は、図-12 に示す通りとなる。

B. 荷重一たわみ曲線

模型 No. 1 (両端固定ヒンジ挾持) および模型 No. 3 (両端単純支持) の静荷重載荷による支間中央点の荷重一たわみ曲線比較を示せば、図-13 の通りとなり、模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ繰り返し載荷途中の静荷重試験による支間中央点の荷重一たわみ曲線を示せば、図-14 の通りとなる。

C. サイクル数一びずみ曲線および荷重一びずみ曲線

模型 No. 1 (両端固定ヒンジ挾持) の片振

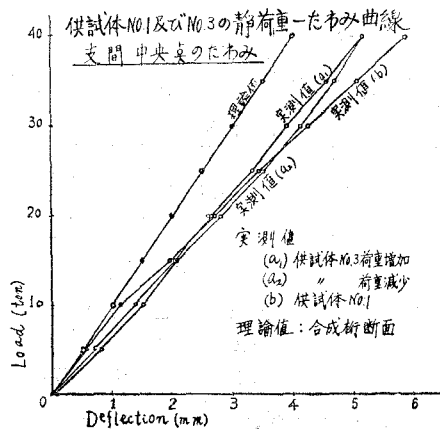
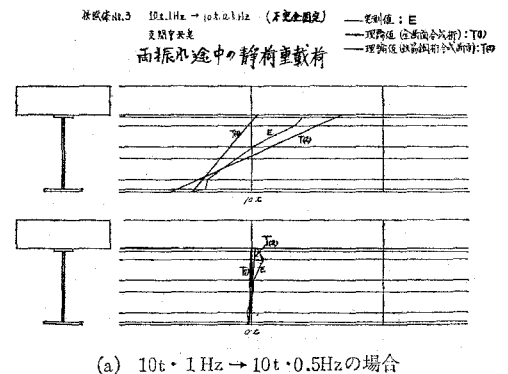
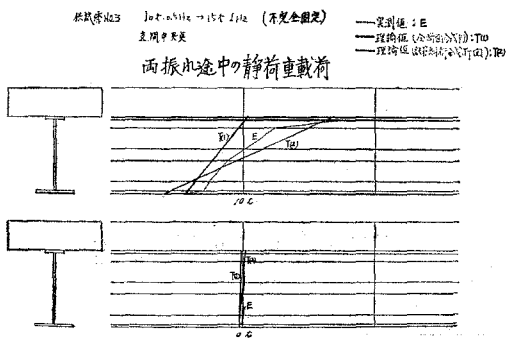


図-13 合成 I 桁模型 No. 1, No. 3 の静荷重載荷による支間中央点の荷重一たわみ曲線



(a) $10 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz} \rightarrow 10 \text{ t} \cdot 0.5 \text{ Hz}$ の場合



(b) $10 \text{ t} \cdot 0.5 \text{ Hz} \rightarrow 15 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の場合

図-12 合成 I 桁模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ途中の静荷重載荷時における支間中央点の断面応力度分布

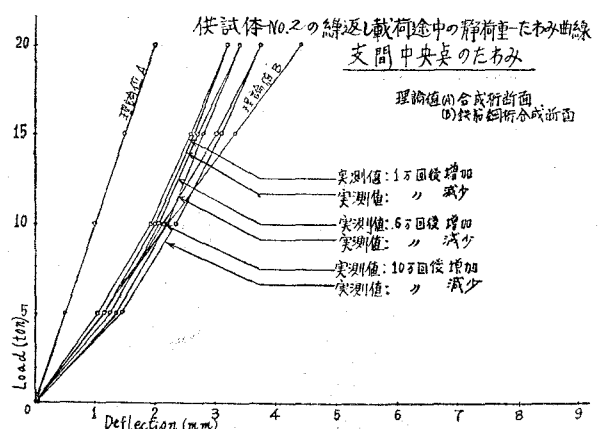
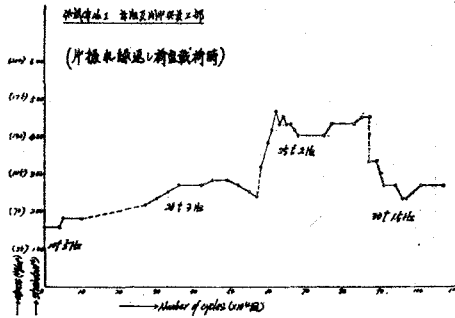
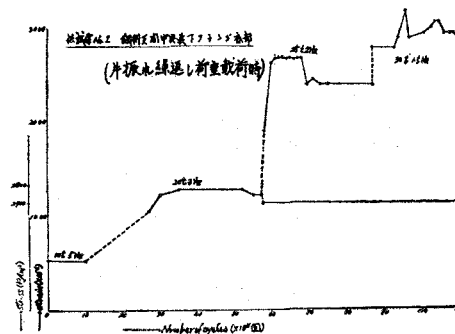


図-14 合成 I 桁模型 No. 2 の両振れ途中の静荷重載荷による支間中央点における荷重一たわみ曲線

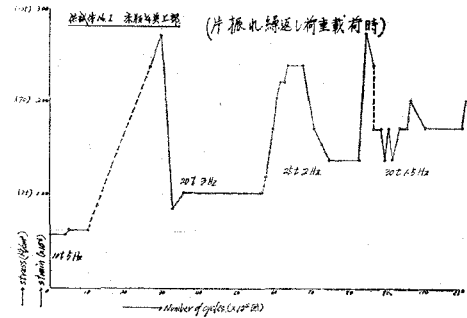


(a) 床版上部の値

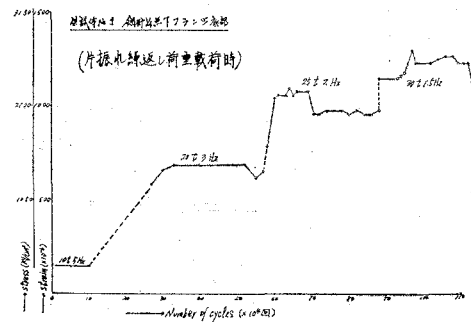


(b) 鋼I桁下フランジ底部の値

図-15 合成I桁模型 No. 1 の片振れ繰り返し荷重載荷時の支間中央点におけるサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線



(a) 床版上部の値



(b) 鋼I桁下フランジ底部の値

図-16 合成I桁模型 No. 1 の片振れ繰り返し荷重載荷時の支間 1/4 点におけるサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線

れ繰り返し載荷時の支間中央点、支間 1/4 点における鉄筋コンクリート床版上部、鋼I桁下フランジ底部のサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線を示せば、図-15, 16 の通りとなり、同じく支点部の鋼I桁下フランジ底部におけるサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線は、図-17 に示す通りとなる。

また、模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ繰り返し載荷時の支間中央点、支間 1/4 点、支点部におけるそれぞれ、鋼I桁下フランジ底部および鉄筋コンクリート床版上部、鋼I

桁フランジ底部、鉄筋コンクリート床版上部のサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線を示せば、図-18, 19, 20 の通りとなり、同じく模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ繰り返し載荷後における支間中央点の鋼I桁上・下縁部の荷重一ひずみ曲線を示せば、図-21 の通りとなる。

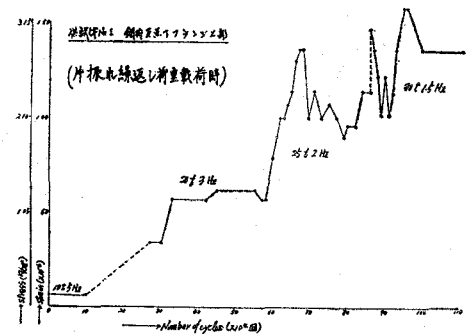


図-17 合成I桁模型 No. 1 の片振れ繰り返し荷重載荷時の支点部における鋼I桁下フランジ上部のサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線

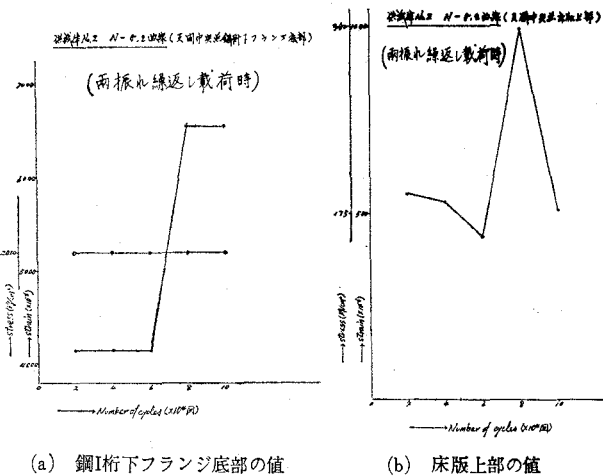


図-18 合成I桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間中央点におけるサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線

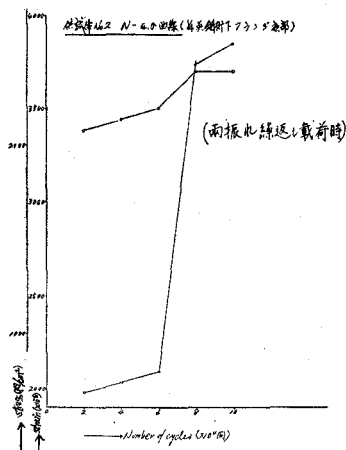


図-19 合成I桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間1/4点における鋼I桁下フランジ底部のサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線

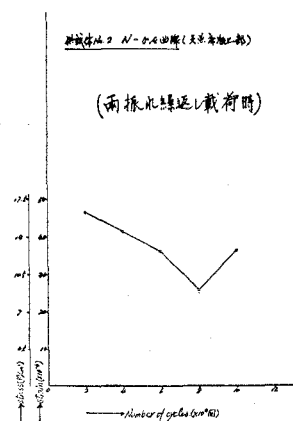


図-20 合成I桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支点部における床版上部のサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線

次に、模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ繰り返し載荷時の支間中央点、支間 1/4 点、支点部におけるそれぞれ、鋼I桁下縁底部および鉄筋コンクリート床版上部、鉄筋コンクリート床版上部、同じく床版上部のサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線を示せば、図 22, 23, 24 の通りとなる。

D. 鉄筋コンクリート床版の破壊・亀裂模様

模型 No. 1, No. 2 および No. 3 の鉄筋コンクリート床版における破壊模様および亀裂模様を示せば、それぞれ 図-25, 26, 27 および 図-28, 29, 30 の通りとなる。

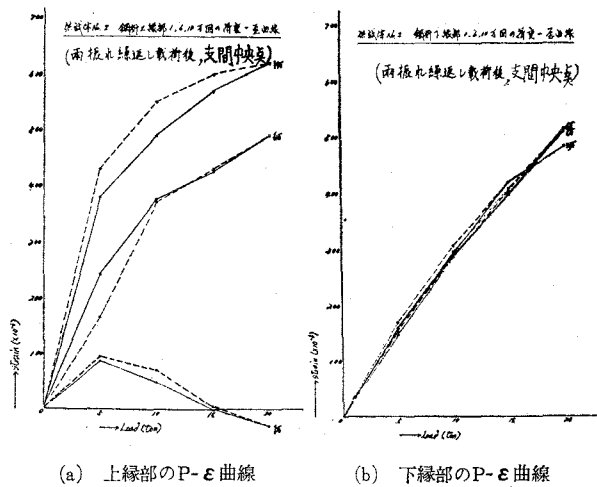


図-21 合成I桁模型 No. 2 の両振れ返し荷重載荷後の支間中央点における鋼I桁上・下縁部の荷重-ひずみ曲線

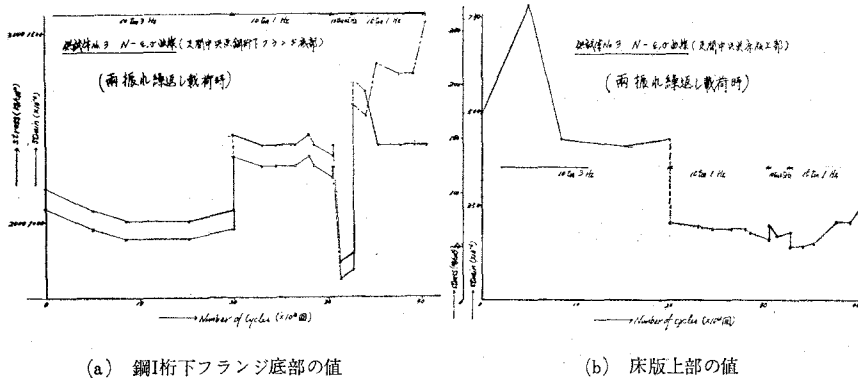


図-22 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間中央点におけるサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線

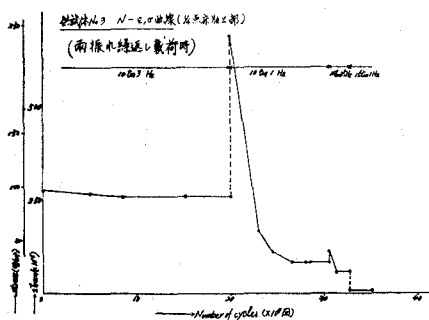


図-23 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間1/4点における床版上部のサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線

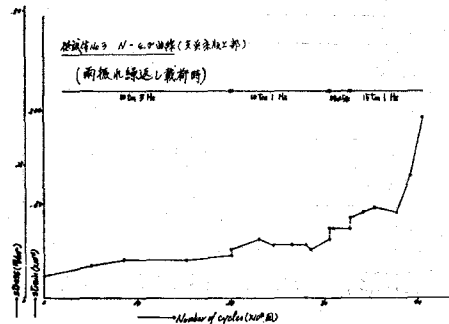
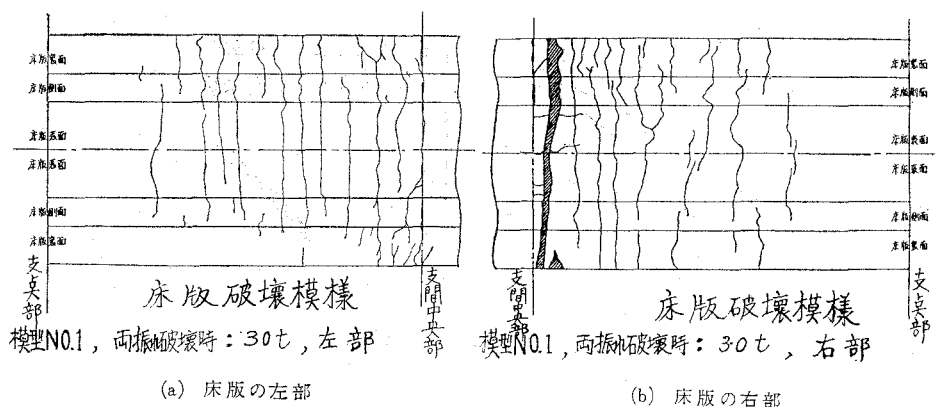
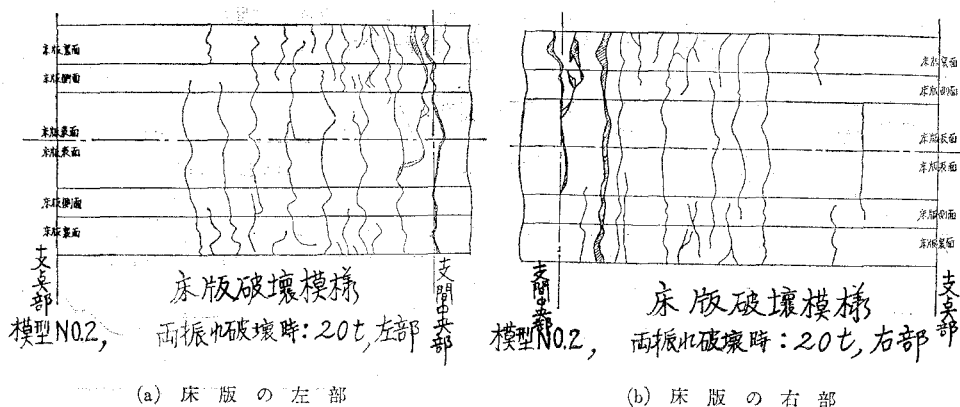


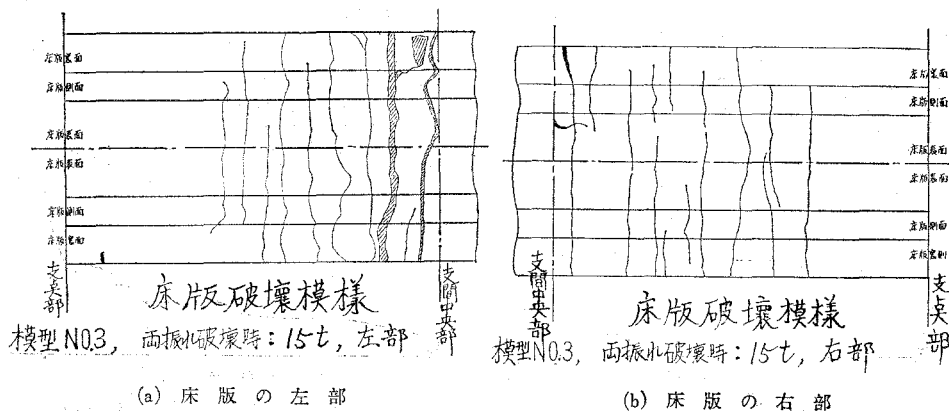
図-24 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支点部における床版上部のサイクル数-ひずみ (応力度) 曲線



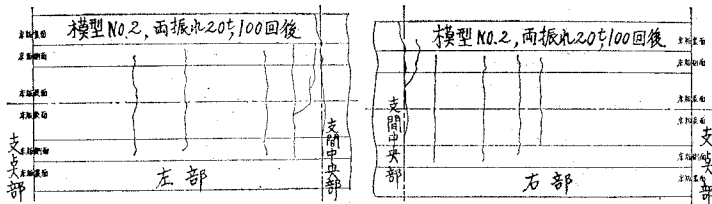
図—25 合成I桁模型 No. 1 の両振れ繰り返し荷重載荷 (120.12 万回) による鉄筋コンクリート床版の破壊模様



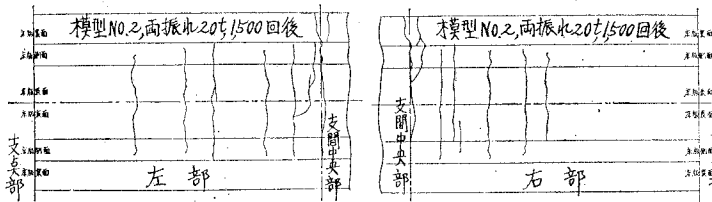
図—26 合成I桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷 (10 万回) による鉄筋コンクリート床版の破壊模様



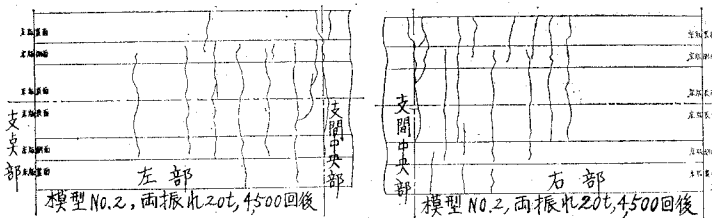
図—27 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷 (45.2 万回) による鉄筋コンクリート床版の破壊模様



(a) 繰り返し回数 100 回後の亀裂模様

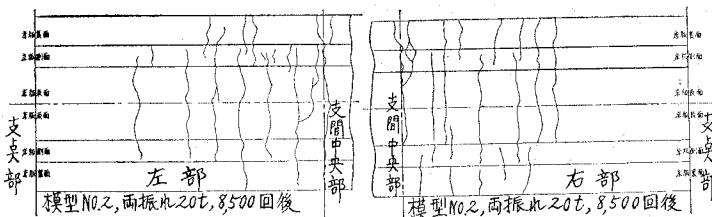


(b) 繰り返し回数 1,500 回後の亀裂模様

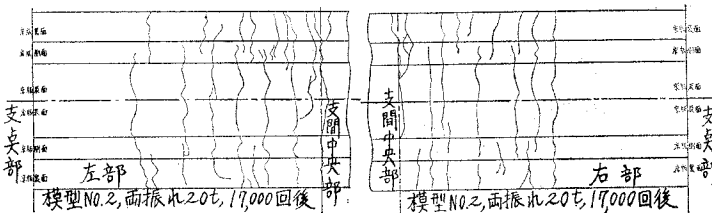


(c) 繰り返し回数 4,500 回後の亀裂模様

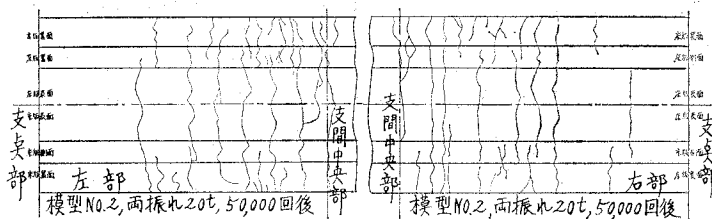
図—28 合成I桁模型 No. 2 の両振れ $\pm 20 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の繰り返し荷重載荷 100 回後, 1,500 回後, 4,500 回後における鉄筋コンクリート床版の亀裂模様



(a) 繰り返し回数 8,500 回後の亀裂模様



(b) 繰り返し回数 17,000 回後の亀裂模様



(c) 繰り返し回数 50,000 回後の亀裂模様

図—29 合成I桁模型 No. 2 の両振れ $\pm 20 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の繰り返し荷重載荷 8,500 回後, 17,000 回後, 50,000 回後における鉄筋コンクリート床版の亀裂模様

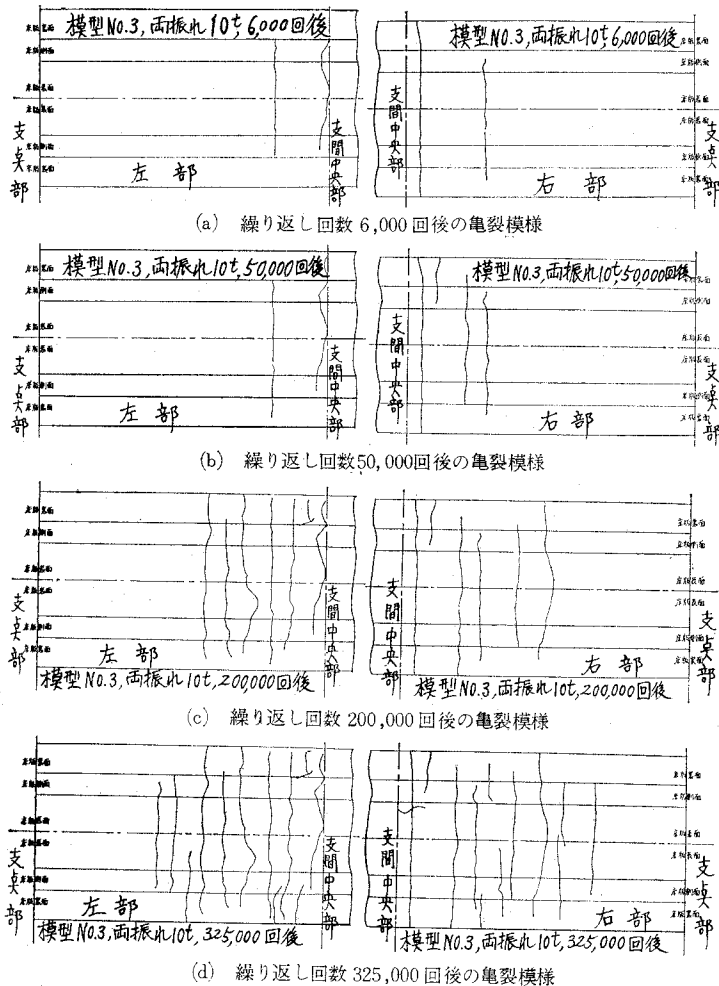


図-30 合成I桁模型 No. 3 の両振れ $\pm 10 \text{ t} \cdot 3 \text{ Hz} \rightarrow \pm 10 \text{ t} \cdot 1 \text{ Hz}$ の繰り返し荷重載荷 6,000 回後, 50,000 回後, 200,000 回後, 325,000 回後における鉄筋コンクリート床版の亀裂模様

2. 鋼 I 桁模型の実験^{22), 23)}

A. 断面応力度分布

模型 No. 1 (両端単純支持) の静荷重載荷試験による支間中央点の断面応力度分布を示せば, 図-31 の通りとなり, 模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挾持) の片振れ繰り返し載荷前, 載荷 32 万回後, 57 万回後, 82 万回後における支間中央点の断面応力度分布を示せば, それぞれ 図-32, 33, 34, 35 の通りとなる。

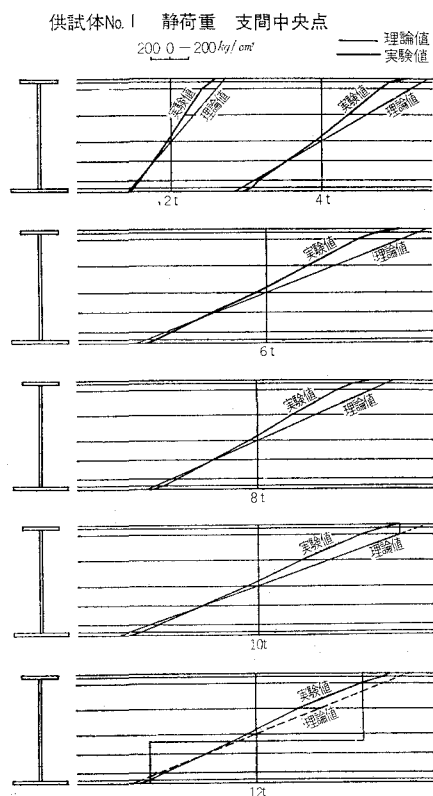


図-31 鋼I桁模型 No. 1の静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布

また、模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布を示せば、図-36の通りとなり、模型 No. 4 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ繰り返し載荷前、載荷 20 万回後、95 万回後、200 万回後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布を示せば、それぞれ図-37, 38 および 39, 40, 41 および 42 の通りとなる。

次に、模型 No. 5 (両端固定ヒンジ挟持) の片振れ繰り返し載荷前および載荷 50 万回後、110 万回後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布を示せば、図-43 の通りと

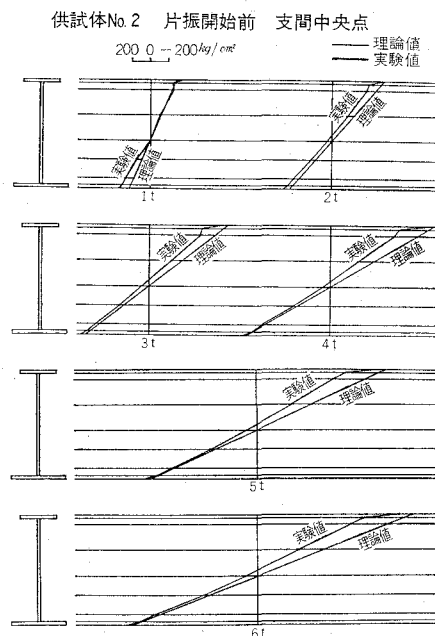


図-32 鋼I桁模型 No. 2の片振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布

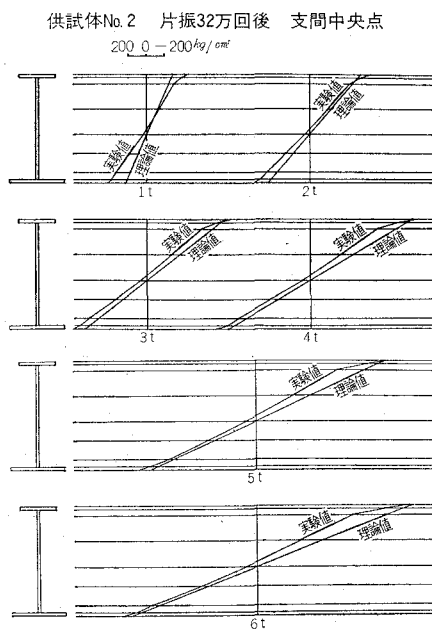


図-33 鋼I桁模型 No. 2の片振れ $1 \cdot t \cdot 4 \text{ Hz} \rightarrow 4 \cdot t \cdot 2 \text{ Hz}$ の繰り返し荷重載荷 32 万回後における支間中央点の断面応力度分布

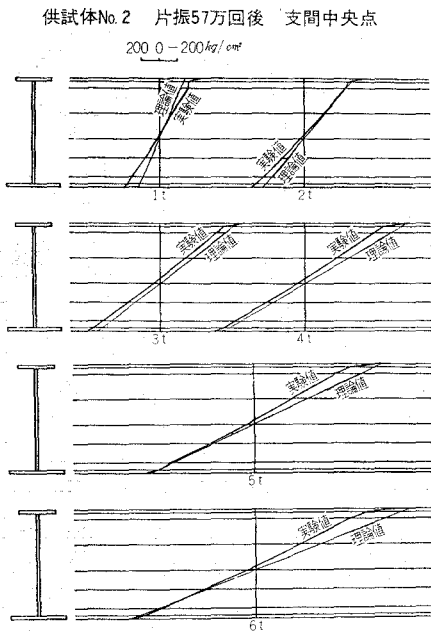


図-34 鋼I桁模型 No.2 の片振れ 1t・4 Hz→4t・2 Hz→6t・1.5 Hz の繰り返し荷重載荷 57 万回後における支間中央点の断面応力度分布

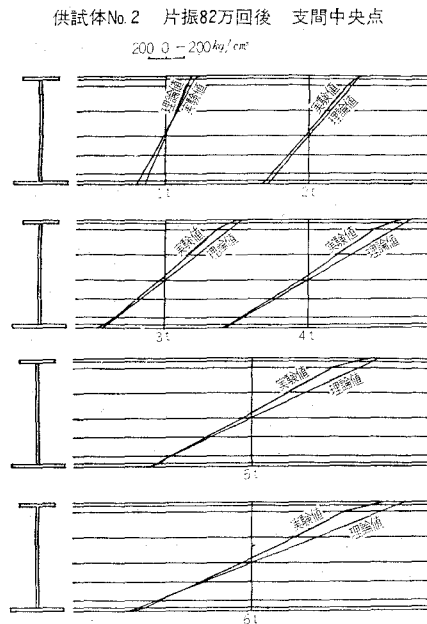


図-35 鋼I桁模型 No.2 の片振れ 1t・4 Hz→4t・2 Hz→6t・1.5 Hz→8t・1 Hz の繰り返し荷重載荷 82 万回後における支間中央点の断面応力度分布

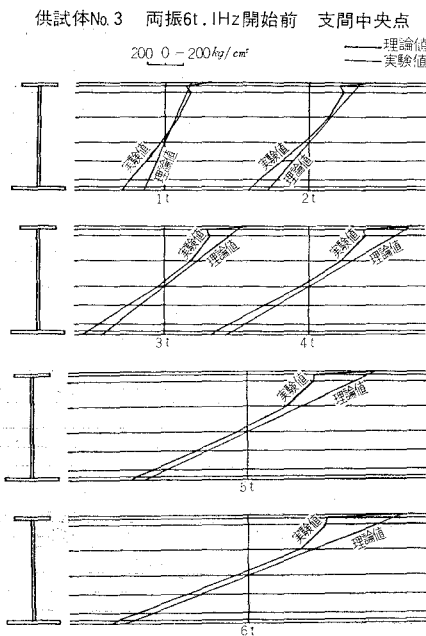


図-36 鋼I桁模型 No.3 の両振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布

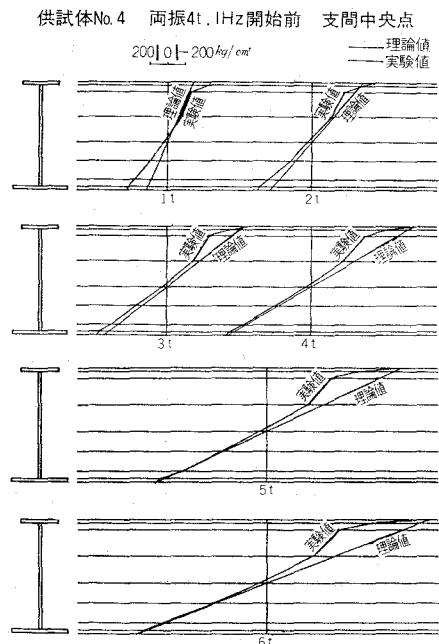


図-37 鋼I桁模型 No.4 の両振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布

供試体No. 4 両振 $4t, 1Hz$ 20万回後 圧縮 支間中央点
200 0 \sim $-200kg/cm^2$

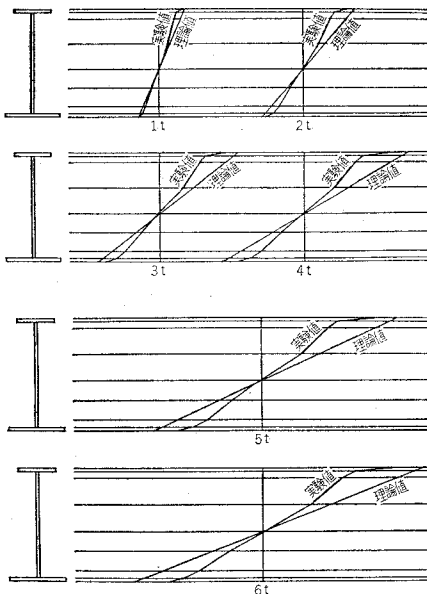
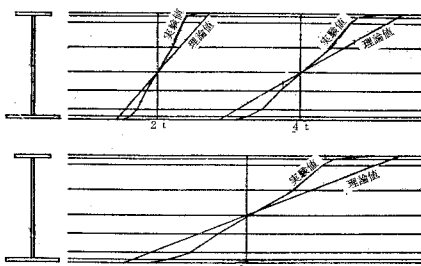


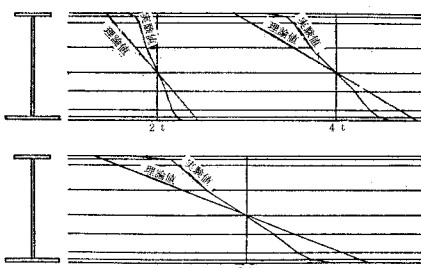
図-38 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ $\pm 4t \cdot 1Hz$ の繰返し荷重載荷 20 万回後における静荷重載荷 (圧縮) による支間中央点の断面応力度分布

供試体No. 4 両振 $4t, 1Hz$ 200万回後 圧縮 支間中央点
200 0 \sim $-200kg/cm^2$



(a) 圧縮載荷の場合

供試体No. 4 両振 $4t, 1Hz$ 200万回後 引張 支間中央点
200 0 \sim $-200kg/cm^2$



(b) 引張載荷の場合

図-40 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ $\pm 4t \cdot 1Hz$ の繰返し荷重載荷 95 万回後における静荷重載荷 (圧縮 $2t \sim 6t$) による支間中央点の断面応力度分布

供試体No. 4 両振 $4t, 1Hz$ 20万回後 引張 支間中央点
200 0 \sim $200kg/cm^2$

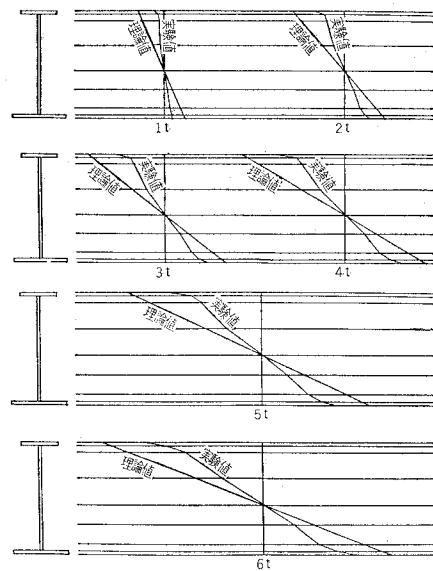
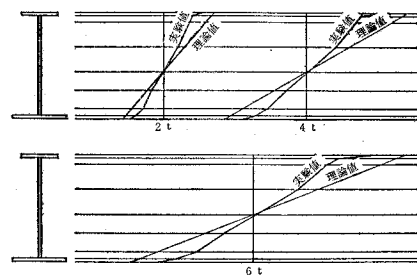


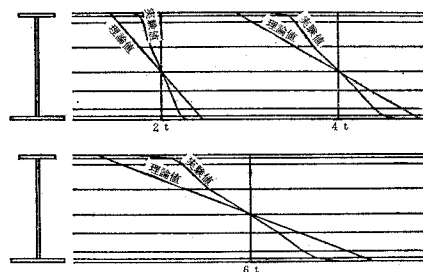
図-39 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ $\pm 4t \cdot 1Hz$ の繰返し荷重載荷 20 万回後における静荷重載荷 (引張) による支間中央点の断面応力度分布

供試体No. 4 両振 $4t, 1Hz$ 95万回後 圧縮 支間中央点
200 0 \sim $-200kg/cm^2$



(a) 圧縮載荷の場合

供試体No. 4 両振 $4t, 1Hz$ 95万回後 引張 支間中央点
200 0 \sim $-200kg/cm^2$



(b) 引張載荷の場合

図-41 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ $\pm 4t \cdot 1Hz$ の繰返し荷重載荷 200 万回後における静荷重載荷 (圧縮 $2t \sim 6t$) による支間中央点の断面応力度分布

供試体No.4 両振れ4t, 1Hz 200万回後 静荷重 支間中央点
200 0 - 200 kg/cm²

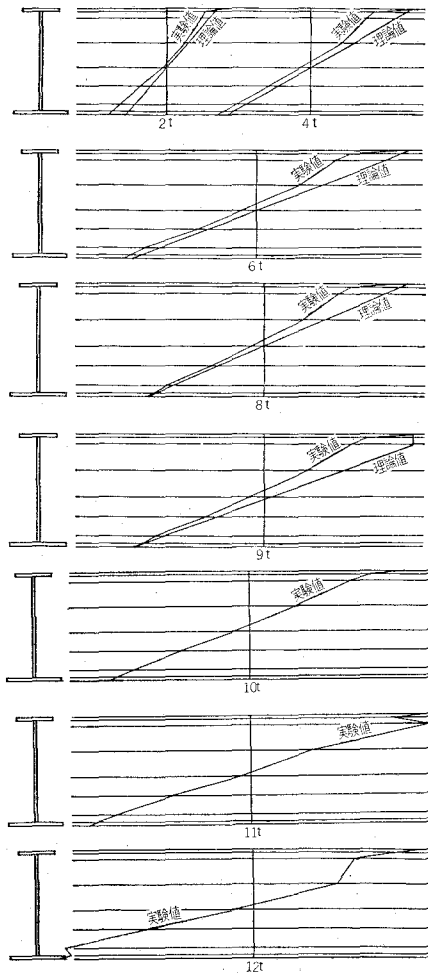


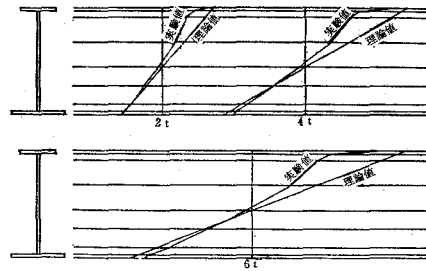
図-42 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ $\pm 4\text{t} \cdot 1\text{Hz}$ の繰返し荷重載荷 200 万回後における静荷重試験 (圧縮 2t~12t) による支間中央点の断面応力度分布

なり、同じく模型 No. 5. の載荷 110 万回後における静荷重載荷 (2t~13t) のみによる支間中央点の断面応力度分布を示せば、図-44 の通りとなる。

B. 荷重—たわみ曲線

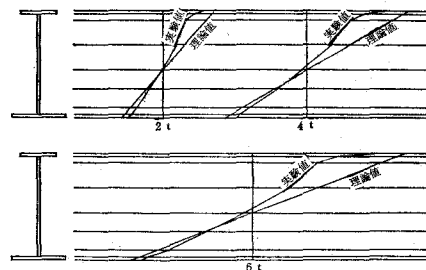
模型 No. 1 (両端単純支持) の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線、模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挟持) の片振れ繰返し載荷前、載荷後における静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線、模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挟持) の静荷重載荷による支間中央点の荷重

供試体No.5 片振れ 8 t 1 Hz 開始前支間中央点
200 0 - 200 kg/cm²



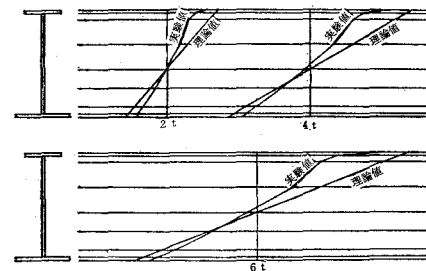
(a) 片振れ載荷前の静荷重試験結果

供試体No.5 片振れ 8 t 1 Hz 50 万回後 支間中央点
200 0 - 200 kg/cm²



(b) 片振れ載荷 50 万回後の静荷重試験結果

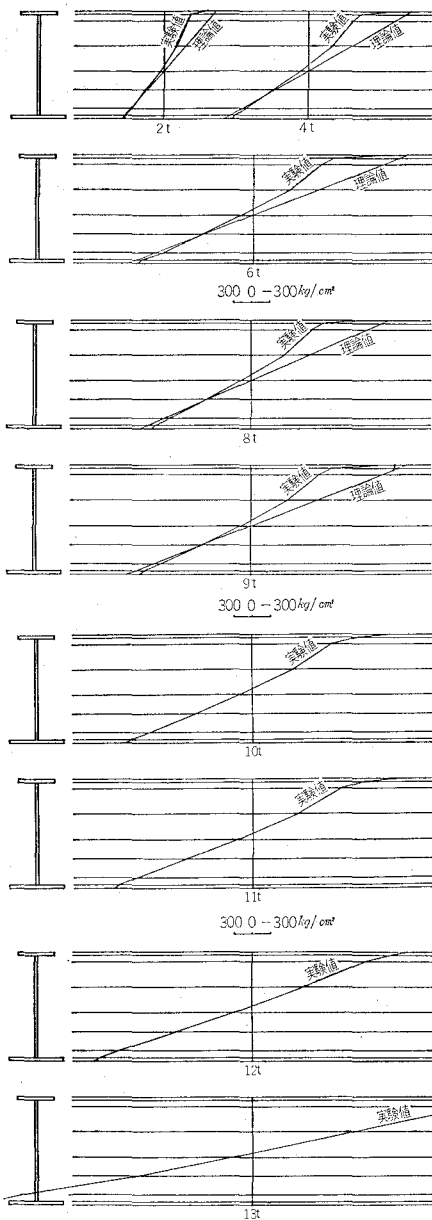
供試体No.5 片振れ 8 t 1 Hz 110 万回後 支間中央点
200 0 - 200 kg/cm²



(c) 片振れ載荷 110 万回後の静荷重試験結果

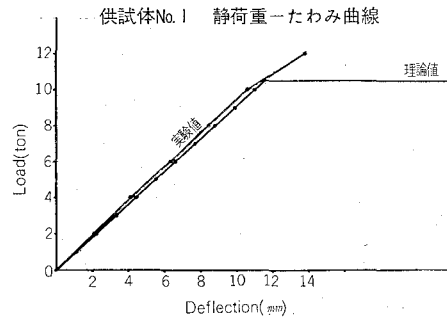
図-43 鋼I桁模型 No. 5 の片振れ繰返し荷重 (8t・1Hz) の載荷前、後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布比較

供試体No.5 片振れ8t・1Hz 110万回後 静荷重 支間中央点
200 0-200kg/cm²

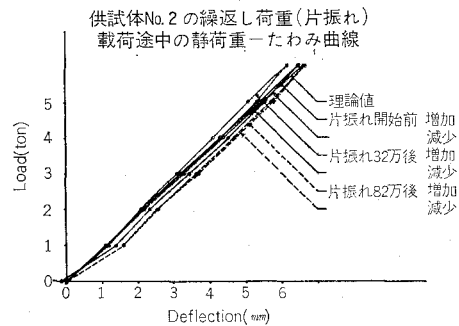


図—44 鋼I桁模型 No.5 の片振れ8t・1Hz の繰り返し荷重110万回後における静荷重試験(2t~13t)による支間中央点の断面応力度分布

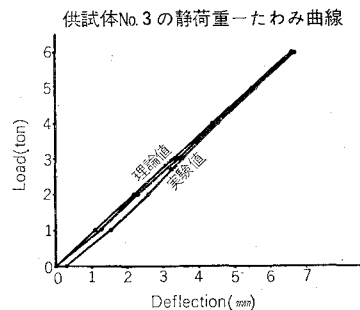
一たわみ曲線, 模型 No. 4 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ繰り返し載荷前, 載荷後における静荷重載荷による支間中央点の荷重一たわみ曲線, 模型 No. 5 (両端固定ヒンジ挟持) の片振れ繰り返し載荷前, 載荷後における静



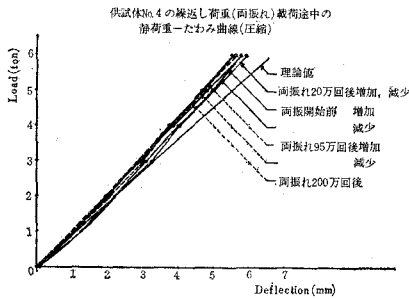
図—45 鋼I桁模型 No.1 の静荷重載荷による支間中央点の荷重一たわみ曲線



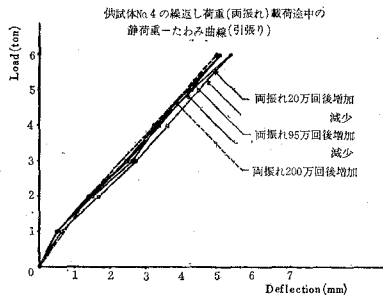
図—46 鋼I桁模型 No.2 の片振れ繰り返し載荷前, 後における静荷重載荷による支間中央点の荷重一たわみ曲線



図—47 鋼I桁模型 No.3 の静荷重載荷による支間中央点の荷重一たわみ曲線

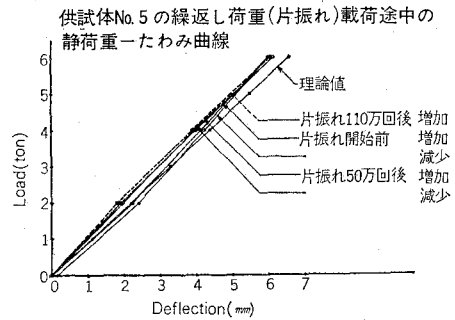


(a) 圧縮荷荷の場合

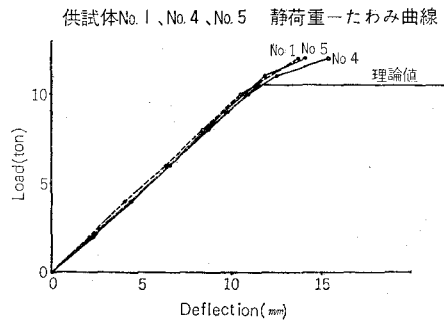


(b) 引張荷荷の場合

図—48 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ繰り返し荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



図—49 鋼I桁模型 No. 5 の片振れ繰り返し荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



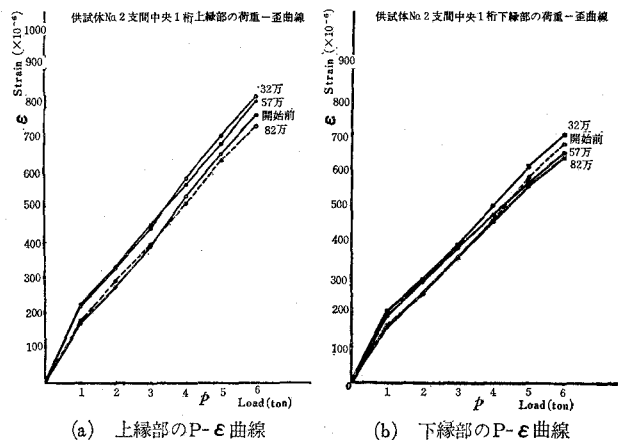
図—50 鋼I桁模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線比較

荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線を示せば、図—45, 46, 47, 48, 49 の通りとなる。

また、模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線の比較を示せば、図—50 の通りとなる。

C. 荷重—ひずみ曲線およびサイクル数—ひずみ（応力度）曲線

模型 No. 2（両端固定ヒンジ挟持）の片振れ繰り返し荷重載荷前、載荷後における支間中央点の上・下縁部の荷重—ひずみ曲線、模型 No. 4（両端固定ヒンジ挟持）の両振れ繰り返し荷重載荷後における支間中央部



図—51 鋼I桁模型 No. 2 の片振れ繰り返し荷重載荷前、後における支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線

の上・下縁部の荷重—ひずみ曲線、
 模型 No. 5 (両端固定ヒンジ挟持) の
 片振れ繰り返し荷重載荷前、載荷後
 における支間中央点の上・下縁部の
 荷重—ひずみ曲線、模型 No. 1,
 No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支
 間中央点の上・下縁部の荷重—ひず
 み曲線の比較を示せば、それぞれ
 図-51, 52, 53, 54 の通りとなる。

また、模型 No. 4 (両端固定ヒ
 ンジ挟持) の両振れ繰り返し載荷途中
 における支間中央点の上・下縁部の
 サイクル数—ひずみ (応力度) 曲線、
 模型 No. 5 (両端固定ヒンジ挟持) の
 片振れ繰り返し載荷途中における支
 間中央点の上・下縁部のサイクル数
 —ひずみ (応力度) 曲線を示せば、
 それぞれ 図-55, 56 の通りとなる。

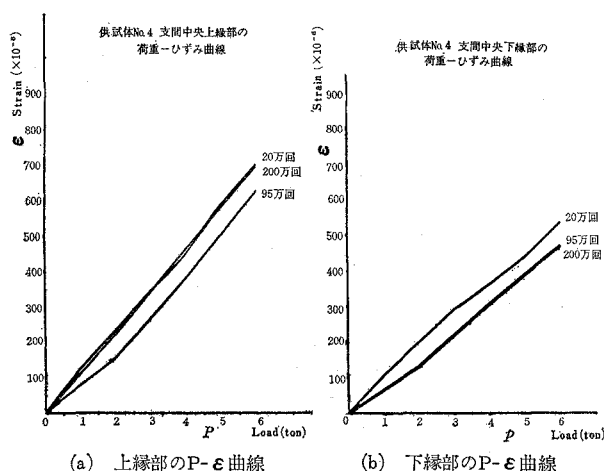


図-52 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ繰り返し荷重載荷後における支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線

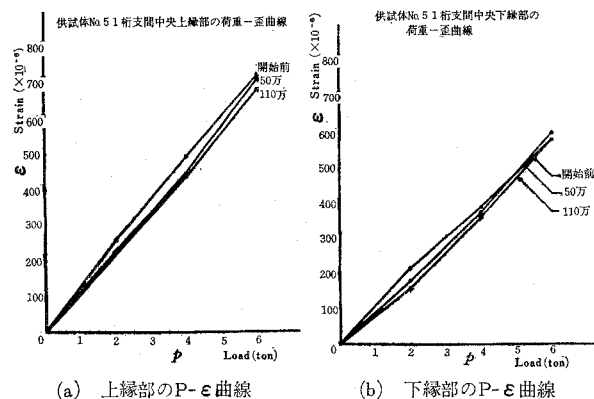


図-53 鋼I桁模型 No. 5 の片振れ繰り返し荷重載荷前、後における支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線

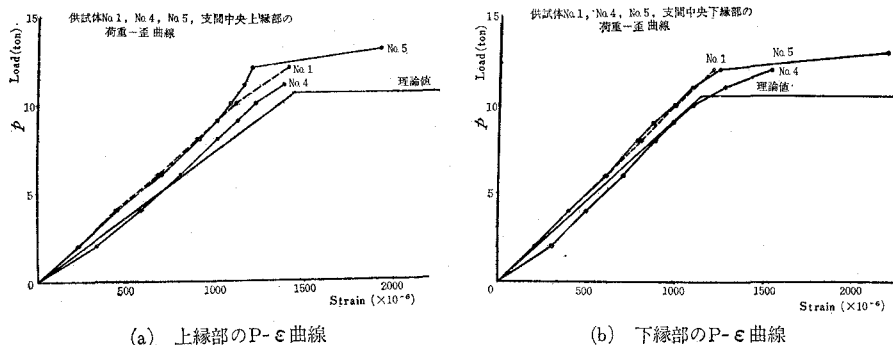
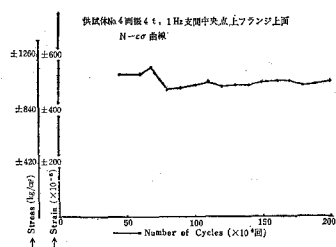
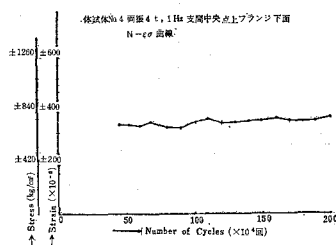


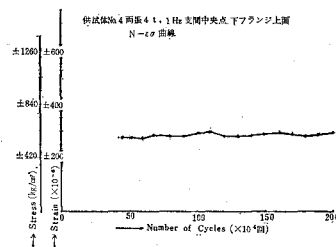
図-54 鋼I桁模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線比較



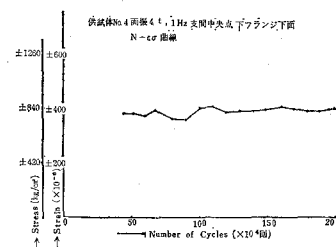
(a) 上縁部上面の値



(b) 上縁部下面の値

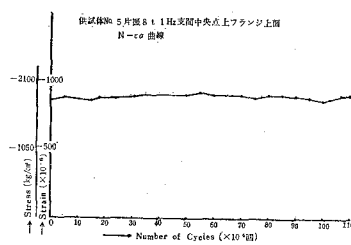


(c) 下縁部上面の値

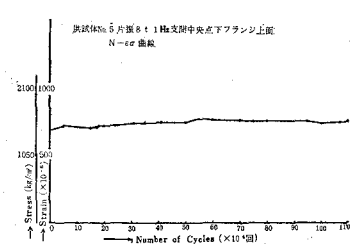


(d) 下縁部下面の値

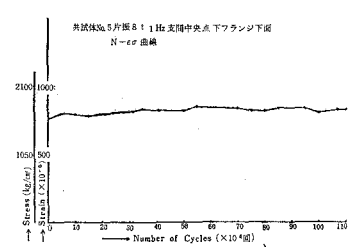
図-55 鋼 I 桁模型 No. 4 の両振れ $\pm 4t \cdot 1\text{ Hz}$ の繰返し載荷途中における支間中央点・上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線



(a) 上縁部上面の値



(b) 下縁部上面の値



(c) 下縁部下面の値

図-56 鋼 I 桁模型 No. 5 の片振れ $8t \cdot 1\text{ Hz}$ の繰返し載荷途中における支間中央点・上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線

VII. 総 括

1. 考 察

A. 合成 I 桁模型実験

図-6, 7, 8 から考察すると, 模型 No. 1, No. 3 の断面応力度分布とも, 支間 1/4 点の値に

において、最もよく理論と実験の一致を示しており、これは載荷点・支点における集中荷重による局部応力度の影響が支間1/4点までは殆んど波及しないことを実証しているものと思う。支間中央点においては、荷重の増加につれて、理論値と実験値の間の差異が増加して行く傾向にあるが、これは当然のことであろう。支点部に僅かながら二次的の応力分布が見られたが、これは局部応力の影響であり、追求するほどの問題ではない。

また、模型 No. 1 (両端単純支持) と模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挾持) の理論値の間には殆んど差異が認められないが、実験値の間にはかなりの差異が生じ、理論値がその中間の値を示す傾向のあるのは興味のある問題と思う。模型 No. 3 の断面引張応力度が大きくなっているのは、固定ヒンジ挾持の支承構造から生じた影響であろうと判断出来る。

図-9, 10, 11 は、模型 No. 2 の両振れ繰り返し載荷1万回後、6万回後、10万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布であり、支間1/4点においては、従来の全断面合成桁理論による計算値と実験値の間に余り大きな差異が認められなかったが、支間中央点においては、繰り返し回数の増加に従い、実験値はむしろ鉄筋鋼桁合成断面理論による計算値に接近する傾向が見られた。これは、両振れ繰り返し荷重の影響で鉄筋コンクリート床版に亀裂が増加したため、コンクリート断面としての抵抗力が著しく減殺されたためと判断出来るものと思う。また、図-12 は模型 No. 3 の両振れ繰り返し載荷途中の静荷重試験による支間中央点の断面応力度分布であり、やはり鉄筋コンクリート床版に入った亀裂のため、コンクリート断面の抵抗力の低下に大きく影響されたと思われ、実験値は鉄筋鋼桁合成断面理論による計算値に接近する傾向を示した。

次に、図-13, 14 から考察すると、従来の理論によたわみは実験値とかなり懸離れるが、鉄筋鋼桁合成断面理論によるたわみと実験値の間の差異は非常に少なくなっている。これは両振れ繰り返し荷重を受ける合成I桁の疲労破壊現象に関する理論追求に役立つ資料となろう。

図-15, 16, 17 および図-18, 19, 20 は、模型 No. 1 の片振れ繰り返し載荷時および模型 No. 2 の両振れ繰り返し載荷時の支間中央点、支間1/4点、支点部における主要点のサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線であり、それぞれ片振れ、両振れの特徴を示しているものと思う。また、図-21 は両振れ繰り返し載荷後の支間中央点における鋼I桁上・下縁部の荷重一ひずみ曲線であるが、上縁部の圧縮ひずみにおいて、1万回の繰り返し載荷時での曲線が下降しているのは解釈に苦しみどころであり、鉄筋コンクリート床版の亀裂発生が原因となっているのではないかと判断される。

図-22, 23, 24 は模型 No. 3 の両振れ繰り返し載荷時のサイクル数一ひずみ (応力度) 曲線であり、図-18, 19, 20 と同様の現象傾向が推察されるところである。

図-25, 26, 27 および図-28, 29, 30 は、模型 No. 1, No. 2, No. 3 の両振れ破壊時の亀裂模様の比較および模型 No. 2, No. 3 の両振れ繰り返し回数の増加と亀裂増加の対比を示したも

ので、大変興味ある資料を得たと思っている。

B. 鋼 I 桁模型実験

図-31 は模型 No. 1 の単純支持における断面応力度分布であり、両端固定ヒンジ挾持の状態で試験を行なった模型 No. 2, No. 3, No. 4, No. 5 の静荷重試験による断面応力度分布に比べ、引張応力度が幾分小さい傾向を示したことが図-32, 36, 37, 42, 44 より実証せられ、またこれらの静荷重試験結果より、両振れ繰り返し載荷後の値の方が片振れ繰り返し載荷後の値よりも、最大断面応力度において幾分大きくなる傾向のあることを確認出来た。

しかし、繰り返し回数の増加にともなう断面応力度の増加傾向は余り見られなかったし、図-45, 46, 47, 48, 49, 50 の荷重-たわみ曲線からも、特に繰り返し回数の増加によるたわみ増加の顕著な傾向は見られなかった。

次に、支間中央点における上・下縁部の荷重-ひずみ曲線においては、繰り返し回数の影響が僅かながら出ていることが、図-51, 52, 53 より確認出来た。なお、これらの荷重-ひずみ曲線では、模型 No. 4 の場合が最も理論線に接近していることが図-54 より明白となった。しかし、支間中央点の上・下縁部のサイクル数-ひずみ(応力度)曲線においては、図-55, 56 の示す通り、殆んど大きな変化は見られなかった。

2. 結 言

A. 合成 I 桁模型実験

上述の研究成果より、総合的に判断し次の纏めを得た。

i. 両端単純支持と両端固定ヒンジ挾持の静荷重試験結果を比較して見ると、支間に比べ断面積のかなり大きい本研究用の合成 I 桁模型では、理論計算上は殆んど差異が見られなかったが、その実験値相互の間には断面位置によりかなりの差異が見られた。

ii. 自動車荷重を想定しての片振れ繰り返し疲労試験の結果からすれば、床版コンクリートの強度を大きくすることとその厚さを大きくすることは、合成 I 桁全体の強度・耐久性を増す上に著しい効果があり、鉄筋コンクリート床版の一部に僅かの亀裂が生じても全体の破壊は仲々起らず、片振れ疲労破壊には著しい繰り返し回数を要することがわかった。

iii. 風・地震荷重を想定しての両振れ繰り返し疲労試験の結果から見ると、荷重は割合小さくとも鉄筋コンクリート床版に負の曲げモーメントが作用するから、コンクリートに引張が働き、床版に亀裂が入り易く、またその亀裂は直ぐ大きく広がる傾向にあった。

iv. 両振れ繰り返し載荷後の静荷重載荷試験による支間中央点の断面応力度分布では、鉄筋鋼桁合成断面理論による計算値の方が、従来の全断面合成桁理論による計算値よりもはるかに実験値に接近することが確認出来た。

v. 両振れ繰り返し疲労試験において、鉄筋コンクリート床版の亀裂が大きくなると、鋼 I 桁に影響を及ぼすようになる。すなわち、鋼 I 桁の亀裂は上縁部載荷点付近特にブロックジ

ベルの辺りより生じ、腹板中央部に波及して行き、鋼 I 桁全体の崩壊に進行して行った。この場合、載荷点付近以外の個所における鋼 I 桁の疲労状態は余り見られなかったから、応力集中の影響は予想外に大きいものと考えらる。

vi. 片振れ繰り返し荷重を 100 万回程度も受けている合成 I 桁に、僅かの回数の両振れ繰り返し載荷を与えても、急速に破壊に進行する可能性が充分にあることが確認出来た。

vii. 今後の研究課題としては、片振れ繰り返し荷重の回数をもっとはるかに増加し、長期間に渡る観測を行なうことによる、頻度の高くなりつつある自動車荷重の想定を基とした研究と、風・地震荷重を想定してのもっと小さな両振れ繰り返し荷重を長期間に渡って載荷し、繰り返しのサイクル数と疲労破壊との関係を、荷重の大きさを徐々に増加しながら観測・追求して行く研究などにあるものと思う。

B. 鋼 I 桁模型実験

すでに述べた研究成果よりの考察を総合し、次の要約を得た。

i. 静荷重破壊試験の耐荷力は塑性理論による最終荷重よりも幾分大きくなる傾向にあった。

ii. 弾性限度以下での静荷重試験では、断面応力度分布・たわみとも理論値との間にそれほど大きい差異を示さなかったが、載荷点付近の断面応力度分布においては、応力集中の影響・両端単純支持と両端固定ヒンジ挟持の差異による影響が僅かながら見られた。

iii. 片振れおよび両振れの繰り返し載荷後における静荷重試験の結果より、弾性限度超過後のたわみ増加、降伏強度低下などを見たが、弾性限度以内での変化は殆んど見られなかった。

iv. 片振れおよび両振れの繰り返し載荷試験による変形・破壊の現象は、静荷重試験の場合よりも、振れや横倒れに対し不安定であった。しかし、振れ座屈や横倒れ座屈よりも圧縮突縁および腹板の局部座屈が先行し、破壊は常に上縁部より起こることが明白となった。

v. 両振れ繰り返し載荷試験では、片振れの場合に比べ、はるかに小さな荷重によって破壊し、その亀裂進行速度もかなり速いことが確認出来た。

なお、本研究には、室蘭工業大学土木工学科の教職員および学生諸君のご協力を得たこと、北海道開発局土木試験所・日鉄セメント K.K. のご援助を得たこと、北海道科学研究費補助金を受けたことを付記し、心から厚く感謝の意を表する次第である。

(昭和 49 年 5 月 27 日受理)

文 献

- 1) 日本材料学会：材料の疲労に関する研究の趨勢，97 (1962)，107 (1963)，131 (1964)，140 (1965)，164 (1966)，140 (1967)。
- 2) Charles Culver d Robert Coston：Proceedings of the American Society of Civil Engineers，ST 2，1 (1961)。

- 3) A. Anthony Toprac & Murugesam Natarajan: Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 4**, 1203 (1971).
- 4) 赤尾親助・三宮和彦: 土木学会第 20 回年次学術講演会講演概要, **I-78**, 78 (1965).
- 5) 阿部英彦・中野昭郎: 土木学会第 20 回年次学術講演会講演概要, **I-79**, 79 (1965).
- 6) 前田幸雄・梶川靖治: 土木学会第 23 回年次学術講演会講演概要, **I-169**, 467 (1968).
- 7) 前田幸雄: 土木学会第 24 回年次学術講演会講演集, **I-60**, 163 (1969).
- 8) 村田勝弘・他 2 名: 土木学会第 25 回年次学術講演会講演集, **I-129**, 383 (1970).
- 9) 安田敏雄・他 2 名: 土木学会第 25 回年次学術講演会講演集, **I-130**, 387 (1970).
- 10) 伊藤文人・他 2 名: 土木学会第 26 回年次学術講演会講演集, **I-20**, 59 (1971).
- 11) 行友 浩・他 3 名: 土木学会第 26 回年次学術講演会講演集, **I-21**, 63 (1971).
- 12) 山田健太郎・他 2 名: 土木学会第 26 回年次学術講演会講演集, **I-22**, 67 (1971).
- 13) 添田弘基・他 2 名: 土木学会第 27 回年次学術講演会講演集, **I-108**, 297 (1972).
- 14) 大島 久・佐々木秀男: 土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集, **I-110**, 303 (1972).
- 15) 北海道開発局土木試験所構造研究室: 石狩河口橋側径間連続合成桁疲労試験報告書, **1** (1971).
- 16) 川井 豊・他 2 名: 土木学会第 28 回年次学術講演会講演概要集, **I-139**, 300 (1973).
- 17) 前田幸雄・梶川靖治: 土木学会第 28 回年次学術講演会講演概要集, **I-141**, 302 (1973).
- 18) 佐原俊樹・他 2 名: 土木学会第 28 回年次学術講演会講演概要集, **I-142**, 304 (1973).
- 19) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集, **I-109**, 299 (1972).
- 20) 中村作太郎: 日本建築学会昭和 47 年度大会学術講演梗概集, **構造系**—2471, 1291 (1972).
- 21) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会北海道支部研究発表論文集 **29**, 221 (1973).
- 22) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会第 28 回年次学術講演会講演概要集, **I-140**, 300 (1973).
- 23) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会北海道支部論文報告集 **30**, 161 (1974).
- 24) 中村作太郎・志村政雄: 第 16 回橋梁・構造工学研究発表会論文集, **31** (1969).
- 25) Sakutaro Nakamura: 室蘭工業大学研究報告, 理工編, **7-1** (欧文), 193 (1970).
- 26) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会北海道支部研究発表論文集 **26**, 117 (1970).
- 27) 小西一郎・他 3 名: 構造力学 (第 1 卷), **46** (1971), 丸善.
- 28) 平井 敦: 鋼橋 (I), **66** (1950), 壯文社.
- 29) 横堀武夫: 材料強度学, **149** (1969), 技報堂.